Educational Measurement and Evaluation Studies

National Organization for Educational Testing

Print ISSN: 2476-2865 Online ISSN: 2783-0942

Characteristics of Task Variables in Problems Posed by Teachers and Pre-service teachers in the Field of Ratio and Proportion

Afsaneh Poorang [1] Masoud Kabiri [2]

1. Ph.D. in Mathematics Education, Faculty of Basic Science, Central Tehran Branch, Islamic Azad University.Tehran, Iran; (Corresponding Author), Email:af_poorang@yahoo.com

2. Assistant Professor of Research Institute for Education, Tehran, Iran. Email: maskabiri@yahoo.com

Article Info

Article Type:

Research Article

Received: 2024.06.27

Received in revised form: 2024.11.05

Accepted: 2024.12.02

Published online: 2024.12.23

ABSTRACT

Objective: This research investigated the problem-posing behavior of teachers and pre-service teachers in the field of ratios and proportions. This was conducted by focusing on three task variables related to this content; problem type, number structure, and semantic types of proportional problems.

Methods: Descriptive data analysis methods were used in this study. The participants included 75 elementary school teachers, 37 middle school mathematics teachers from three educational districts in Tehran, and 68 pre-service teachers (27 PSTs majoring in elementary education and 41 PSTs majoring in mathematics education) from three teacher training campuses in the city. The implementation involved asking participants to pose five written problems related to the content of ratio and proportion at the grade level they were teaching.

Results: The results showed that the number of proportional problems posed as missing-value problems was greater than that of other types. On average, each individual in the three independent groups allocated more than 3 opportunities to pose this type of proportional problems. In all three groups, the number structure of within-integer ratios, had the lowest usage rate. Regarding the context of the problems, more than half of the participants, did not pose problem of the well-chunked measures type. Additionally, problems with the semantic context of stretchers and shrinkers were not observed among elementary and middle school teachers' posed problems

Conclusion: In the context of teachers' professional development programs and through didactical design for pre-service teachers, it is essential to disseminate the dimensions and cognitive reasons for the necessity of utilizing various types of proportional problems, to ensure the balanced use of semantic types and to leverage numerical structures effectively.

Keywords: Ratio and proportion. Problem posing. Task variables. Teachers

Cite this article: Poorang, Afsaneh; Kabiri, Masoud (2024). Characteristics of Task Variables in Problems Posed by Teachers and Pre-service teachers in the Field of Ratio and Proportion. *Educational Measurement and Evaluation Studies*, 14 (48): 42-60 pages. DOI: 10.22034/emes.2025.2040695.2590

© The Author(s).

Publisher: National Organization of Educational Testing (NOET)

مطالعات اندازه‌گیری و ارزشیابی آموزشی
سازمان سنجش آموزش کشور
شاپا چاپی: ۲۸۶۵-۲۴۷۶ شاپا الکترونیکی: ۰۹۴۲-۲۷۸۳

ویژگی متغیرهای تکلیف در مسائل طراحی شده از سوی معلمان و دانشجو معلمان در حوزه نسبت و تناسب

افسانه پورنگ[۱] ، مسعود کبیری[۲]

۱. دانش آموخته دکتری آموزش ریاضی، دانشکده علوم پایه، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی. تهران. ایران؛ (نویسنده مسئول)، رایانامه: af_poorang@yahoo.com

۲. استادیار پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، وابسته به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. تهران، ایران. رایانامه: maskabiri@yahoo.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
مقاله پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۳/۰۴/۰۷
اصلاح: ۱۴۰۳/۰۸/۱۵
پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۱۲
انتشار : ۱۴۰۳/۱۰/۰۳

چکیده

هدف: این پژوهش به بررسی رفتار طرح مساله معلمان و دانشجومعلمان، در حوزه نسبت و تناسب، پرداخته است. این امر با تمرکز بر سه متغیر تکلیف مرتبط با مسائل این حوزه شامل نوع مساله، ساختار عددی و زمینه معنایی انجام شد.

روش پژوهش: روش پژوهش کمّی از نوع توصیفی بوده است. نمونه آماری شامل ۷۵ معلم دبستان، ۳۷ معلم ریاضی متوسطه اول از سه منطقه آموزشی شهر تهران و ۶۸ دانشجومعلم (۲۷ نفر آموزش ابتدایی و ۴۱ نفر آموزش ریاضی) از سه پردیس فرهنگیان این شهر بودند. اجرای پژوهش شامل درخواست از شرکت‌کنندگان برای طراحی ۵ مساله مکتوب درباره محتوای نسبت و تناسب، در پایه مورد تدریس بود.

یافته‌ها: فراوانی مسائل تناسبی طرح شده نوع «مقدار مجهول»، بیش از سایر انواع مسائل تناسبی بود؛ به‌طور میانگین هر شرکت‌کننده، از هریک از سه گروه مستقل، بیش از سه فرصت را به طرح مساله تناسبی نوع مقدار مجهول اختصاص داد. میزان استفاده ساختار عددی با ماهیت «مضارب درون‌نسبتی صحیح»، در بین افراد هر سه گروه، کمتر از سایر ساختارهای عددی بود. در خصوص زمینه معنایی مسائل طرح شده، بیش از نیمی از مشارکت‌کنندگان گونه معنایی «اندازه‌های خوب قطعه‌بندی شده» را به‌کار نگرفتند. گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» در بین مسائل طرح شده توسط معلمان در حال خدمت مشاهده نشد.

نتیجه‌گیری: شایسته است در بستر برنامه‌های توسعه حرفه‌ای معلمان و نیز به واسطه طرح آموزشی مدون برای دانشجومعلمان، ابعاد و علل شناختی استفاده از انواع مسائل تناسبی، بهره‌برداری به‌جا از ساختارهای عددی و بهره‌گیری متوازن از گونه‌های معنایی به منظور توسعه کاربردی این استدلال تبیین و گسترش یابد.

واژه‌های کلیدی: نسبت و تناسب، طرح مساله، متغیرهای تکلیف، معلمان

استناد: پورنگ، افسانه؛ کبیری، مسعود (۱۴۰۳). ویژگی متغیرهای تکلیف در مسائل طراحی شده از سوی معلمان و دانشجو معلمان در حوزه نسبت و تناسب. *مطالعات اندازه‌گیری و ارزشیابی آموزشی*، ۱۴ (شماره۴۸)، ۴۲-۶۰ صفحه. DOI: 10.22034/emes.2025.2040695.2590

ناشر: سازمان سنجش آموزش کشور

حق‌مؤلف © نویسندگان.

مقدمه

موضوع توسعه تفکر تناسبی[۱] به عنوان منبع ارزشمندی برای ارزیابی تدریس و یاگیری، مورد تاکید انجمن معلمان ریاضی آمریکا [NCTM][۲] است (۲۰۰۶). دانش‌آموزان دبستان بررسی‌های رسمی خود در حوزه‌ی نسبت و تناسب[۳] را از پایه‌های میانی آغاز می‌کنند و انتظار می‌رود تا پایان پایه نهم، آن‌ها به درک عمیقی از «نسبت» دست یافته و در محدوده وسیعی از زمینه‌ها، از جمله موقعیت‌هایی چون نسبت‌های فضایی[۴] (شکل‌های متشابه)، نرخ[۵] ثابت متغیر، شیب و سرعت، آن را به‌کار گیرند. در روند توسعه این یادگیری، فراگیر قادر به پیشروی در درک سلسله مراتب این مفهوم در سطوح بالاتر تحصیلی خواهد بود (رویز،۲۰۱۳).

در طی پنج دهه، پس از معرفی رسمی عبارت استدلال تناسبی[۶] توسط پیاژه[۷]، پژوهش‌های مرتبط با این استدلال، در حوزه یادگیری، در حجم قابل توجهی، در مجامع خارج از کشورمان به چشم می‌خورد. با این حال، در قیاس با حجم پژوهش‌های مرتبط با محتوای نسبت و تناسب در حوزه یادگیری فراگیران، تعداد بررسی‌ها در خصوص نقش و کارکرد معلمان در توسعه این استدلال بسیار کمتر بوده است. در کشور ما، ایران، اهمیت توسعه این استدلال مورد توجه کنشگران آموزشی نبوده است. بررسی‌ها در جوامع دیگر نشان داده است نزد معلمان، در نمونه‌های مورد مطالعه، دانش کافی، فهم یکسان و دستورالعمل واضح و روشنی راجع به مراتب به‌کارگیری استراتژی‌های استدلال تناسبی وجود ندارد و برداشت و تلقی معلمان از ماهیت استراتژی‌های حل مسائل تناسبی یکسان نیست. از جمله این مطالعات می‌توان به پژوهش‌های اوریل[۸] (۲۰۱۰)، سان[۹](۲۰۱۳)، رویز[۱۰] (۲۰۱۱)، لین، جیا و لئونگ[۱۱] (۲۰۱۴)، میتسو[۱۲]((۲۰۲۰)، اوریل و میلت[۱۳](۲۰۲۱) و گلاس می‌یر[۱۴]و همکاران (۲۰۲۳) اشاره کرد. در عین‌حال، دانش و قابلیت‌های یک معلم در طرح مساله و ارائه تکلیف، یک ویژگی مرتبط با رشد حرفه‌ای است. برخی مطالعات برای استفاده معلمان، به منظور کیفیت‌بخشی به توسعه تفکر تناسبی دانش‌آموزان به بسط بیشتری از مفاهیم مرتبط پرداخته‌اند. مطالعات محققانی نظیر لاوتون[۱۵] (۱۹۹۳)، بروکمن و واندروالک[۱۶](۱۹۹۹)، میسایلیدو و ویلیامز[۱۷] (۲۰۰۲)، اوتانی[۱۸](۲۰۰۷)، پریش[۱۹](۲۰۱۰)، بن چایم[۲۰]و همکاران (۲۰۱۲)، هاو، نانس و برایانت[۲۱](۲۰۱۱)، ویلند[۲۲]و همکاران (۲۰۲۱) و گلاس می‌یر و همکاران (۲۰۲۱) از جمله فعالیت‌های پژوهشی در این رابطه هستند.

متغیرهای اثرگذار بر عملکرد فرد در مسائل نسبت و تناسب به متغیرهای دانش‌آموز محور[۲۳] و تکلیف محور[۲۴] تقسیم می‌شوند. دسته متغیرهای تکلیف‌محور معمولا در قالب متغیرهای ساختاری[۲۵] (بیشتر مرتبط با ساختار عددی مساله) و متغیرهای زمینه‌ای[۲۶](یا متنی)، مرتبط با موضوع

---

1. proportional thinking
2. national Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
3. ratio & proportional
4. Spatial proportions (similar figures)
5. rate
6. proportional reasoning
7. Piaget
8. Orrill
9. Son
10. Ruiz
11. Lin, Jia & Leung,
12. Mitsue
13. Millett
14. Glassmeyer
15. Lawton
16. Broekman &Van der Valk
17. Misailidou &Williams
18. Ohtani
19. Parish
20. Ben-Chaim
21. Howe, Nunes & Bryant
22. Weiland
23. students-centered variables
24. task-centered variables
25. structural variables
26. contextual variables

مساله[1]، معرفی می‌شود. از جمله‌ی این متغیرها می‌توان به «نوع مساله»، «ساختار عددی»[2]، «گونه معنایی»[3]، «ماهیت گسسته (یا پیوسته) کمیت»[4] و نیز «سبک بیان و ارائه»[5] با تنوعی از بازنمایی‌ها[6] شامل تصاویر، جداول و محور اعداد و ... اشاره کرد.

توجه به نقش متغیرهای تکلیف مسائل تناسبی در مفهوم‌پردازی استدلال تناسبی اجتناب ناپذیر است؛ این متغیرها در انتخاب استراتژی حل مسائل تناسب، تاثیرگذار هستند و استفاده از استراتژی‌های مناسب، از جمله ابزارهای توسعه تفکر تناسبی به شمار می‌آید. پرورش این توانمندی وابسته به عوامل مختلف از جمله رفتار طرح مسأله از سوی معلم کلاس، رویکرد وی در معرفی استدلال تناسبی، کیفیت اشاعه انجام این استدلال و شیوه تعامل وی با دانش‌آموز در مواجهه با بدفهمی‌ها است. تلاش در جهت رصد این عوامل، اطلاعات بیشتری درباره کیفیت و روند توسعه این تفکر نزد دانش‌آموزان فراهم می‌آورد. محققان این پژوهش، بررسی رفتار طرح مساله معلمان، در حوزه نسبت و تناسب را نقطه عزیمت این تلاش در نظر گرفتند. به این منظور، آن‌ها ویژگی سه مورد از متغیرهای تکلیف مسائل تناسب شامل «نوع مسأله»، «ساختار عددی» و «گونه معنایی» را در مسائلی که معلمان به شکل رایج، در جریان تدریس و سنجش تکوینی مطرح می‌کنند، مورد بررسی قرار دادند. این بررسی روی تعداد پنج مسأله طرح شده در این حوزه از سوی هر یک از ۱۸۰ مشارکت‌کننده پژوهش، شامل معلمان دوره دوم دبستان، معلمان ریاضی متوسطه‌اول و دانشجومعلمان آماده خدمت انجام شد.

این اثر ارائه بخشی از یک پژوهش گسترده است که به ارزیابی ابعاد مختلف دانش محتوا و نیز دانش پداگوژی محتوای «نسبت و تناسب» در بین معلمان پرداخته است .هدف آن کمک به تدوین چارچوب یک طراحی آموزشی برای معلمان آینده، در راستای بهبود توسعه تفکر تناسبی دانش‌آموزان است. محققان این پژوهش ابعاد مختلفی از دانش معلمان را با اجرای شش آزمون مداد-کاغذی مستقل از هم، در بین ۱۸۰ مشارکت‌کننده بررسی کردند. این مقاله به ارائه نتایج آزمون دوم این مطالعه اختصاص یافته است.

بیان مساله

استدلال تناسبی، توانمندی تفسیر و اقدام روی تغییر کمیت‌ها است؛ مثال کمیّت‌های مسافت و زمان در شکل‌دهی به کمیّت سرعت. انجام این استدلال مستلزم تشخیص نسبت (ثابت) بین اجزای یک فضای اندازه[7] (مثال کمیت مسافت در دو نسبت متفاوت) و نیز فهم رابطه تابعی[8] بین فضاهای اندازه (مثال رابطه دو کمیت مسافت به زمان در یک نسبت) است (لامون[9]، ۱۹۹۹). زمانی که فرد مکلف می‌شود با بررسی عمیق و تأمل، فهم نسبت‌ها به عنوان روابط بین کمیّت‌ها و پیوند آن‌ها با سایر نسبت‌ها را استخراج و تجربه کند (رویز و لوپیانز[10] ، ۲۰۰۹).

توسعه این استدلال در گرو مطالبه بازنمایی‌های کلامی و نوشتاری از دانش‌آموز است. لیکن به‌طور رایج، دانش‌آموزان در مسائل تناسبی کمّی، صرفا درگیر مقایسه[ضربی] اعداد می‌شوند (لامون، ۱۹۹۹). پیاژه (۱۹۷۸ به نقل از رویز و لوپیانز، ۲۰۰۹) پیشرفت کودکان در استدلال را چنین توصیف می‌کند: «به نظر می‌آید زمانی که آن‌ها به دوران نوجوانی ۱۳ تا ۱۷ سالگی نزدیک می‌شوند، توانمندی بر انجام استدلال رسمی[11] ظهور می‌یابد». وی مشخصه واقع شدن دانش‌آموز در مرحله استدلال رسمی را این‌گونه تعبیر می‌کند: «اقدام به استدلال تناسبی همراه با توانایی برای شکل دادن فرضیه‌ها و کار با تعداد معینی از متغیرها». از این‌رو توانمندی دانش‌آموزان بر انجام استدلال تناسبی دارای چنان اهمیتی است که شایسته هر میزان صرف زمان و تلاش برای اطمینان از توسعه دقیق آن است (انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۶).

ارائه موارد مستند از مشکلات یادگیری نسبت و تناسب نزد فراگیران، در برخی پژوهش‌ها و فهرست نمودن مواردی که دانش‌آموزان قادر به انجام آن‌ها نیستند، از جمله پایه‌های یک برنامه توسعه علمی، در رابطه با استدلال تناسبی است. در تداوم مسیر این توسعه، رویکرد برخی پژوهش‌های دیگر، شناسایی نقش انواع متغیرها بوده است. کیفیت توجه به هر یک از این متغیرها در نوع رفتار تدریس محتوای نسبت و تناسب شایسته بررسی است. توسعه تفکر تناسبی نزد دانش‌آموزان متاثر از میزان این توجه خواهد بود. در این بین، توسعه کاربردی این استدلال مستلزم توانمندی معلمان در طرح مساله و کفایت دانش آن‌ها در خصوص متغیرهای تکلیف‌محور است. بنابراین ضرورت این بررسی وجود دارد که هر

---

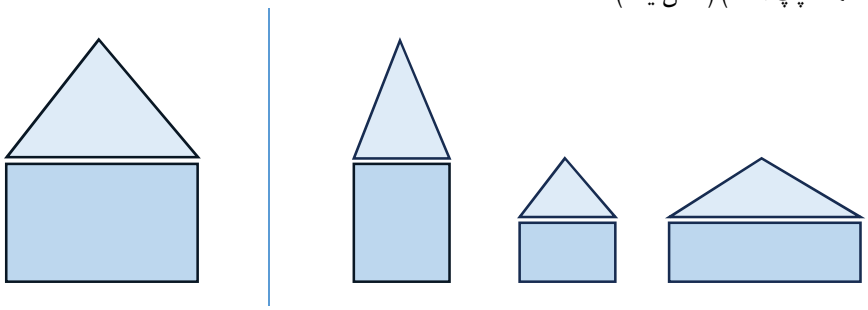
1. subject matter
2. numerical structure or numerical content
3. semantic types
4. discrete vs continuous quantities
5. the mode of delivery of the problem
6. representation
7. measure space
8. functional relationship
9. lamon
10. Lupiáñez
11. formal reasoning

آنچه در باور معلمان، یک مساله خوب را شکل می‌دهد، آیا در خلق مساله از سوی آنها منعکس می‌گردد؟ (بورگوس و چاوری[۱]، ۲۰۲۴). نویسندگان این مقاله، با تمرکز بر سه مورد از متغیرهای تکلیف مرتبط با محتوای نسبت و تناسب، به ارزیابی ویژگی‌های کیفی طرح مساله تناسب در رویکرد تدریس معلمان پرداختند.

فرایند این بررسی با درخواست از مشارکت‌کنندگان پژوهش، شامل معلمان دوره دوم دبستان، معلمان ریاضی پایه هفتم و دانشجومعلمان سال آخر هر دو مقطع تحصیلی، برای طرح پنج مساله در رابطه با محتوای نسبت و تناسب که به طور معمول در آموزش و سنجش تکوینی استفاده می‌کنند، آغاز شد. هدف اجرای این تحقیق ، پاسخ به پرسش زیر بوده است.

ویژگی مسائل طرح شده از سوی معلمان، در حوزه نسبت و تناسب، با تمرکز بر سه مورد از متغیرهای تکلیف شامل نوع مسأله، ساختار عددی و گونه معنایی انتخاب شده چیست؟

نخستین متغیر تکلیف مورد بررسی؛ نوع مساله تناسب مستقیم. مسائل تناسبی «مقدار مجهول»[۲]، «مقایسه عددی»[۳] و «مقایسه و پیش‌بینی کیفی»[۴]، سه نوع رایج ارائه تکالیف تناسبی هستند (کارپلوس و همکاران،۱۹۸۳b). نوع مساله تناسبی یک پارامتر تکلیف[۵] محسوب می‌شود. در مسائل تناسبی نوع «مقدار مجهول»، سه مقدار[۶] تشکیل دهنده یک تناسب مفروض و تکلیف دانش‌آموز یافتن جزء یا اجزای دیگر تناسب است (کرامر و پست[۷]، ۱۹۹۳). (مثال: یک تیر برق با ارتفاع ۴ متر سایه‌ای ۶ متری ایجاد می‌کند. در همین شرایط، طول سایه یک تیر برق ۱۰ متری را پیدا کنید). در مسائل تناسبی نوع «مقایسه عددی»، دو (یا چند) نسبت (یا نرخ) مفروض بوده و دانش‌آموز ملزم به پاسخ پرسش در خصوص تساوی و یا مقایسه نسبت‌ها است (مثال: اندازه طول ساقه دو شاخه گل ۸ و ۱۲ سانتی‌متر بود. اندازه طول این دو ساقه پس از دو هفته ۱۲ و ۱۶ سانتی‌متر شده است؛ کدامیک رشد بیشتری داشته است؟ و یا این مثال که در بررسی برگه‌های امتحانی، یک مصحح ۲۰ دقیقه زمان برای ۴ برگه و مصحح دوم ۱۱۵ دقیقه برای ۲۲ برگه وقت صرف کردند؛ آیا سرعت عمل هردو یکسان بوده است؟). مسائل نوع سوم، یعنی مسائل از نوع مقایسه و پیش‌بینی کیفی، نیازمند مقایسه‌هایی غیر وابسته به مقادیر عددی خاص هستند؛ مسائلی که دانش‌آموز را ملزم به ارزیابی تاثیر نسبتی از یک تغییر کیفی در یک یا هر دو کمیت درگیر، می‌کند (سان، ۲۰۱۳). (مثال: در بین سه شکل ترسیم شده، کدامیک حاصل کوچک‌تر ساختن صحیح شکل سمت چپ است) (شکل یک).



شکل ۱. مثال از مسائل تناسب نوع «مقایسه و پیش‌بینی کیفی»

نتایج پژوهش‌ها نشان می‌دهد نوع مساله تناسبی، عملکرد فرد را متاثر می‌سازد و توسعه کاربردی استدلال تناسبی مستلزم بهره‌برداری از انواع این مسائل است. با این حال، مولفان کتب درسی، تناسب‌ها را معمولا محصور در قالب مسائل نوع «مقدار مجهول» ارائه می‌کنند (سودر[۸] و همکاران، ۱۹۹۸). الاین[۹] (۲۰۰۰) مدعی است به لحاظ شناختی مسائل نوع «مقدار مجهول» دشوارتر از مسائل نوع «مقایسه عددی» هستند و لیکن مسائل نوع «مقایسه عددی» بیش از مسائل نوع «مقدار مجهول»، به روند توسعه استدلال تناسبی کمک می‌کنند در این رابطه سیلوستر و

1. Burgos & Chaverri
2. missing-value problems
3. numerical comparison problems
4. qualitative prediction and comparison problems
5. task parameter
6. value
7. Cramer & Post
8. Sowder
9. Allain

داپونته[1] (۲۰۱۲) فرایند تفکر فراگیران را در چهار سطح عملکرد در هر دو نوع از این مسائل عرضه کرده‌اند. پژوهش‌های هارت[2] (۱۹۸۴)، مارکوویتز و همکاران (۱۹۸۶)، نشر و ساکنیک (۱۹۸۹)، کاپوت و وست[3](۱۹۹۴)و ون‌دورن[4]و همکاران (۲۰۱۰) به شناسایی استراتژی‌های دانش‌آموزان در حل هر یک از این نوع مسائل پرداخته‌اند.

دومین متغیر تکلیف مورد بررسی؛ ساختار عددی در مسائل تناسبی. ساختار عددی به رابطه ضربی در خلال[5] یک نسبت و نیز بین نسبت‌ها، در یک تناسب تنظیم شده، اشاره دارد (استاین تورسداتر[6]،۲۰۰۶). فرودنتال[7](۱۹۸۳) نسبت‌ها را موجودیت‌های عددی[8] ،پیوند خورده با تناسب‌ها، قلمداد می‌کند. وی نسبت کمیّت‌ها با ماهیت یکسان (روابط بین مقادیر[9] متفاوت از یک مقیاس[10]) [نظیر طول‌به‌طول یا عرض‌به‌عرض] را نسبت‌های خارجی[11] و به‌کارگیری آن‌ها را سبک اسکالری[12] در برابر سبک تابعی[13] (نسبت کمیت‌ها با ماهیت متفاوت) می‌شمارد و بر تفکیک نسبت‌های خارجی از نسبت‌های داخلی[14] (روابط بین مقادیر از مقیاس‌های متفاوت) در تدریس تأکید می‌ورزد. بر این اساس دو سبک استدلال تناسبی کمّی، شامل استدلال عددی[15] و استدلال تابعی[16] است که به‌ترتیب درنظرگرفتن تبدیل‌ها[17] در خلال یک متغیر (استدلال عددی) و ایجاد روابط بین متغیرها (در استدلال تابعی) می‌باشند (لامون، ۱۹۹۳). مثال: در تهیه نوعی کیک ۲ پیمانه شیر به ازای۳ پیمانه آرد مصرف می‌شود. در پخت این نوع کیک، به ازای ۵ پیمانه شیر به چه مقدار آرد نیاز داریم؟ این استدلال که در این نوع کیک، مقدار آرد یک و نیم برابر مقدار شیر است، سبک استدلال تابعی به‌شمار می‌رود. متناسب روش‌های مختلف این سبک، اِعمال همان ضریب در مورد ۵ پیمانه شیر به پاسخ تکلیف منجر خواهد شد. از سوی دیگر، این استدلال که چون مقدار شیر دو و نیم برابر شده پس بایستی میزان آرد را نیز دو و نیم برابر کنیم، انجام استدلال عددی محسوب می‌شود. بنابراین رویکرد درون‌نسبتی[18]، به رابطه ضربی بین مولفه‌ها[19] در یک نسبت و رویکرد بین‌نسبتی[20] به رابطه ضربی بین بخش‌های متناظر از نسبت‌ها می‌پردازد (شکل دو. آرتوت و پلین[21]، ۲۰۱۵). لامون معتقد است تمییز بین این دو نوع از روابط مهم است زیرا هر کدام درگیر فرایندهای شناختی متفاوتی است. انتخاب «استراتژی ضربی بین‌نسبتی»[22]، اقدام به استدلال تناسبی عددی محسوب می‌شود و از سوی دیگر، انتخاب هر کدام از استراتژی‌های واحدپردازی[23]، ضرب درون‌نسبتی[24]، تعیین و تبیین ضریب مقیاس[25] و تبیین و اجرای استراتژی تقلیل به یک[26] ، انجام یک استدلال تناسبی تابعی به شمار می‌رود.

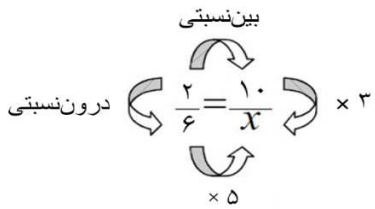
در این بین، توجه به نقش ساختار عددی در تفهیم این دو رویکرد قابل تبیین است؛ پژوهش روپلای[27] (۱۹۸۱) از نخستین موارد بررسی نقش این ساختار در سطح دشواری مسائل تناسبی است. مفهوم‌پردازی دو سبک این استدلال نزد دانش‌آموز و ممارست بازنمایی کلامی رویکردها از دلایل ضرورت توجه به تنوع روابط اسکالری درون و بین‌نسبتی در ارائه مسائل این حوزه است. با در نظر گرفتن روابط مضربی (صحیح–غیرصحیح)

---

1. Silvestre & da Ponte
2. Hart
3. Kaput &West
4. Van-Dooren
5. within
6. Steinthorsdottir
7. Freudenthal
8. numetic entities
9. value
10. measure
11. external ratios
12. scalar method
13. functional method
14. internal ratios
15. scalar reasoning
16. functional reasoning
17. transformations
18. within-ratio approach :W.A
19. elements
20. between-ratio approach: B.A
21. Artut & Pelen
22. multiplicative between-ratio strategy
23. unitizing (The unit-ratio strategy)
24. multiplicative within-ratio approach
25. scale-factor strategy
26. reduction- to- 1
27. Rupley

درون و بین‌نسبت‌ها، به چهار مورد ساختار عددی در مسائل تناسبی می‌توان اشاره کرد؛ شامل مضارب درون‌نسبتی صحیح (مثال: نسبت ۲ به ۴ معادل نسبت ۵ به ... است. مثال: رضا ۴ ساعت کار کرد و ۱۲ تومان دستمزد گرفت. او چه مقدار زمان برای گرفتن ۱۶ تومان دستمزد صرف می‌کند)، مضارب بین‌نسبتی صحیح (مثال: فرید با ۵ تومان، ۳ مداد خرید. او چه تعداد مداد را با ۱۰ تومان می‌تواند بخرد. مثال:حلزونی در ۸ ساعت ۳۶ متر راه می‌رود. در این شرایط او در ۱۰ ساعت چند متر راه خواهد رفت)، مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح (مثال: یک اتومبیل ۸ کیلومتر را در ۲ دقیقه طی می‌کند. در ۸ دقیقه چند کیلومتر طی خواهد کرد. مثال: یک بستنی ۲ تومان قیمت دارد. برای خرید ۵ بستنی چه قیمتی باید بپردازیم.) و مضارب درون و بین‌نسبتی غیرصحیح (مثال: رضا ۳ بادکنک را ۲ تومان خرید. او ۵ بادکنک را از همان فروشگاه به چه قیمتی خواهد خرید. مثال: ماشین چاپ در هر ۹ دقیقه ۵۰ صفحه چاپ می‌کند. همین ماشین ۲۰ صفحه را در چند دقیقه چاپ می‌کند). خاطرنشان می‌شود مراتب مقدار واحد[1] (ساختار عددی نسبت واحد[2])، مشمول در نوع مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح است. کمک به خبرگی دانش‌آموز در اجرای استدلال تناسبی، ناشی از مدیریت ساختار عددی، درک این موضوع را در ادامه برای وی تسهیل می‌کند که چگونه کاهش یا افزایش تناسبی می‌تواند توسط مضارب اعشاری ارائه شود. (مثال:درک این که افزایش یک کمیت تا ۴۳ درصد و یا کاهش آن تا ۱۲درصد به ترتیب مستلزم استفاده از مضارب ۱/۴۳ و ۰/۸۸ است).

«پیچیدگی عددی»[3] اشاره به اندازه اعداد مورد استفاده و اندازه نسبت‌ها دارد و نیز «ترتیب» که اشاره به محل عدد در موقعیت تناسب دارد از جمله سایر پارامترهای ساختار عددی در مسائل تناسب به شمار می‌روند که توسط روپلای (۱۹۸۱) معرفی و به نسبت کمتری بررسی شده‌اند. تورنیر و پالوس[4](۱۹۸۵) معتقدند دو عامل فوق در پژوهش‌ها اغلب نادیده گرفته می‌شوند در حالی که، حتی در مطالعات پژوهشی حضور نسبت‌های صحیح پررنگ است، معمولا اعداد کوچک مورد استفاده هستند و عددی که پیدا می‌شود بزرگترین است. کارپلوس و همکاران (۱۹۸۳) نیز اشاره می‌کنند فراوانی استراتژیهای مختلف مورد استفاده دانش‌آموز، به میزان زیادی تحت تأثیر زمینه مساله، ساختار عددی و نیز تکلیف بلافاصله پیشین حل شده، توسط وی، است. بن‌چایم و همکارانش (۱۹۹۸) مطرح می‌کنند که در نهایت انتخاب استراتژی دانش‌آموز به انتخاب عدد، نوع و زمینه مسأله بستگی دارد. استاین تورسداتر (۲۰۰۶) در بررسی مقایسه تاثیرپذیری انتخاب استراتژی حل دانش‌آموزان پایه هشتم از ساختار عددی و زمینه مساله گزارش می‌کند که ساختار عددی بیش از «ساختار زمینه»[5] تعیین‌کننده انتخاب استراتژی و سطح دشواری مساله است. بررسی تاثیر این ساختار بر انتخاب استراتژی از سوی فراگیران به منظور حل مساله تناسب، توسط پژوهشگرانی نظیر ون‌دورن و همکاران (۲۰۰۸)، فرناندز[6]و همکاران (۲۰۱۱) و آرتوت و پلین (۲۰۱۵) نیز انجام و تایید شده است. از این‌رو بهره‌برداری از ساختار عددی به عنوان یک متغیر تکلیف‌محور در مسیر توسعه استدلال تناسبی فراگیران شایسته توجه است.



شکل۲. نمایش دو رویکرد درون‌نسبتی (استدلال تناسبی تابعی) و بین‌نسبتی (استدلال تناسبی عددی) (آرتوت و پلین، ۲۰۱۵، ص ۱۱۵).

سومین متغیر تکلیف مورد بررسی؛ زمینه‌ی مساله تناسبی (گونه معنایی). «زمینه مساله» یا آنچه که برخی نظیر استاین تورسداتر (۲۰۰۶) آن را «ساختار زمینه» می‌نامند، از جمله متغیرهای تکلیف در مسائل تناسبی است. بهره‌برداری از تنوع زمینه در طرح مسائل تناسب از مصادیق توسعه کاربردی استدلال تناسبی است. رویکرد رایج معلمان در طرح مساله محدود به تغییر صرفا ساختار عددی مسائل در یک یا دو زمینه است؛ در این رابطه رویز (۲۰۱۳) معتقد است حتی پژوهش‌ها در این حوزه معمولاً از مجموعه متنوعی از مسائل در یک زمینه معین استفاده می‌کنند.

---
1. unit amount
2. unit ratio & unit rate
3. numerical complexity
4. Tourniaire & Pulos
5. contextual structure
6. Fernandez

لامون (۱۹۹۴) در پژوهش روی زمینه مسائل تناسبی اشاره می‌کند فارغ از ارتباط با پیچیده‌ترین سطح تفکری که کودک قادر به بکارگیری آن است، دانش‌آموزان انجام استدلال تناسبی را در برخی زمینه‌ها کمتر به‌کار می‌گیرند. در این رابطه، ارتیز[1](۲۰۱۵) نقصان‌ها در درک مفاهیم نسبت و تناسب را وابسته به زمینه مساله می‌شمارد و به شکاف پژوهشی در رابطه با موثرترین شیوه‌ها برای تدریس استدلال تناسبی اشاره می‌کند. چنانکه کانفری[2]و همکارانش (۲۰۰۹) نیز مدعی هستند ارجاع [معلمان] به مسائل[کلامی] با زمینه‌های متنوع کاربردی برای تفهیم نسبت، در جریان آموزش مدرسه‌ای، از جایگاه مناسبی برخوردار نیست. در ارتباط با زمینه مسائل حوزه‌ی تناسب، لامون (۱۹۹۳) چهار گونه را که به لحاظ معنایی[3] از هم مجزا هستند تمییز داده و نامگذاری کرد. این گونه‌ها شامل «مجموعه‌های مرتبط»[4]، «موقعیت‌های جزءجزءکل»[5]، «مجموعه‌های خوب قطعه‌بندی شده»[6] و «انبساط و انقباض‌ها»[7] است. مجموعه‌های مرتبط اشاره به زمینه‌ای دارد که رابطه‌ی بین دو مولفه (پارامتر)، صرفاً در خلال موقعیت مسأله تعریف می‌شود و با اشاره چند عبارت صریح در مسأله، جفت‌هایی از متغیرهای فشرده[8] (شدّتی) شکل می‌گیرد (مثال: سه پیتزا بین ۷ دختر و دو پیتزا بین پنج پسر تقسیم شده است.کدامیک سهم بیشتر برده‌اند). جزءجزءکل شامل موقعیتی است که کل، برحسب دو قسمت (یا بیشتر) از آنچه تشکیل شده توصیف می‌شود (مثال: هشتاد درصد تخم‌مرغ یک جعبه خراب است.اگر ۱۱۲ تخم مرغ سالم باشند، چند تخم مرغ در جعبه قرار دارد). گونه اندازه‌های خوب تقسیم‌شده، در ارتباط با مقایسه دو اندازه بسیط[9] است که منجر به یک اندازه شدتّی یا همان نرخ[10]می‌شود؛ این کمیت سوم (نرخ) یک موجودیت شناخته شده است؛ نظیر کیلومتر بر ساعت که معادل سرعت است یا نظیر ریال بر یک آیتم که معادل قیمت کالا است (مثال: حجم بیست لیتری نوعی رنگ ۳۰۰ ریال ارزش دارد. قیمت حجم‌های چهار لیتری و یک لیتری را معین کنید). نسبت زمانی یک نرخ است که دلالت بر ثابتی دارد که باکلمه «هر» مورد اشاره قرار می‌گیرد (پریش،۲۰۱۰) و در نهایت گونه‌ی «انبساط‌ها و انقباض‌ها» که مسائل تشابهات فضایی از جمله بزرگ‌نمایی و کوچک‌نمایی اشکال هندسی را شامل می‌شود (مثال: نجاری قاب چوبی مستطیل شکلی را، با ابعاد ۴۰ و ۶۰، برش داده است. وی نیازمند برش صفحه‌ای متشابه با این قاب و به عرض ۱۰۰ است. اندازه طول را در قاب دوم بدست آورید). در موارد تلفیق تناسب و هندسه، دانش‌آموز به درکی کامل از تناسب و تشابه در هر دو شکل مفهومی و رویه‌ای دست می‌یابد (انجمن معلمان ریاضی آمریکا،۲۰۰۰). سطوح متفاوتی از تفکر نسبی در بین دانش‌آموزان در حل مسائل چهارگونه معنایی مسائل کلامی تناسب مشاهده می‌شود. گونه‌های معنایی می‌توانند زمینه‌ی ارائه و استفاده از توصیف‌های جبری[11] را فراهم سازند (پریش، ۲۰۱۰). در خصوص سبک ارائه، محقق یادآور می‌شود مساله تناسبی، از هر گونه معنایی، می‌تواند در بازنمایی‌های غیرکلامی نیز ارائه شود.

روش شناسی

محققان این پژوهش با هدف بررسی ابعادی از دانش پداگوژی محتوای نسبت و تناسب در بین معلمان و دانشجومعلمان، اقدام به طراحی شش آزمون مداد–کاغذی کردند. آزمون‌ها مستقل از هم، با رعایت ترتیب خاص، متناظر با اهداف، شاخص‌ها و استلزام‌ها در تدریس محتوای مذکور بود. رویکرد محققان انجام یک پژوهش توصیفی بود. در این راستا، درخواست رسمی محققان برای ارائه یک دوره توسعه حرفه‌ای برای معلمان، شامل دست‌کم چهار جلسه، به منظور اجرای سلسله مراتب ارزیابی و نیز ارائه محتوا، از سوی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران پذیرفته شد و تعریف کد دوره توسط این مرکز، مبتنی بر احراز ظرفیت اجرا در سه منطقه آموزش و پرورش این شهر، انجام شد. فراخوان رسمی دعوت به شرکت از سوی اداره آموزش و پرورش این مناطق، با عنوان کلی تدریس کارآمد، ویژه معلمان دوره دوم دبستان و پایه هفتم، به کلیه مدارس دبستان و متوسطه اول ارسال شد. جامعه آماری شامل سه گروه مستقل معلمان دوره دوم دبستان و معلمان ریاضی متوسطه اول این سه منطقه آموزشی شهر تهران و نیز دانشجومعلمان آماده خدمت (رشته‌های آموزش ابتدایی و آموزش ریاضی) از بین نمونه‌های در دسترس دو پردیس دختران و یک پردیس پسران دانشگاه فرهنگیان این شهر بود. حجم نمونه، شامل ۱۱۲ معلم حین‌خدمت بود که فراخوان مشارکت را داوطلبانه پذیرفته و در جلسات دوره توسعه حرفه‌ای مذکور شرکت کردند. دوره به‌شکل مستقل در سه منطقه اجرا شد و نیز ۶۸ معلم آماده خدمت (دانشجو

---

1. Ortiz
2. Confrey
3. semantically
4. associated sets
5. part-part-whole
6. well-chunked measures
7. stretchers and shrinkers
8. intensive variable
9. extensive measures
10. intensive measure : rate (a ratio becomes a rate when it implies a constant, indicated by per)
11. algebraic-type explanation

معلمان ترم آخر) که متعاقب کسب موافقت رسمی از مدیریت آموزشی پردیس‌های استان و هماهنگی‌های مقتضی مورد ارزیابی قرار گرفتند آزمون‌ها در مرکز تحصیلی دانشجویان و با همکاری اساتید، در چند نیم جلسه کلاسی برگزار شد (جزییات مندرج در جدول۱).

۶۲/۲ درصد مشارکت‌کنندگان پژوهش، معلمان حین‌خدمت بودند. این گروه شامل ۷۵ آموزگار با سابقه بین ۹-۲۷ سال و ۳۷ معلم ریاضی متوسطه‌اول (پایه هفتم) بود. رشته تحصیلی ۶۹ درصد از معلمان دبستان، آموزش ابتدایی نبود. تجربه کاری همه معلمان ریاضی پایه هفتم بیش از هفت سال بود. ۳۷/۸ درصد نمونه آماری، معلمان آماده خدمت بودند.

در آغاز هر یک از جلسات توسعه حرفه‌ای، یک یا دو آزمون از موارد مورد اشاره برگزار شد. لازم به ذکر است در ادامه هر یک از جلسه‌ها، بعد اجرای آزمون‌ها، به محتوایی مرتبط با موضوع آزمون و آزمون‌های بعدی پرداخته نمی‌شد. مقاله حاضر به ارائه نتایج آزمون دوم این پژوهش اختصاص یافته است. این آزمون با هدف بررسی رویکرد مشارکت‌کنندگان در طراحی مسائل نسبت و تناسب انجام شد در این آزمون از هر یک از شرکت‌کنندگان پژوهش درخواست شد پنج مساله نسبت و تناسب به شکل مکتوب طرح کنند؛ مسائلی که در تدریس و انجام سنجش تکوینی در پایه‌ی مورد تدریس خود، به‌کار می‌برند. محققان با تمرکز بر سه مورد از متغیرهای تکلیف، مسائل طرح شده ازسوی هر یک از مشارکت‌کنندگان را بررسی کردند. این متغیرها شامل نوع مساله تناسب، ساختار عددی و نیز زمینه به‌کارگرفته شده (در مورد مسائل کلامی) بود. متن درخواست از مشارکت‌کنندگان در آزمون به شرح زیر بود.

❖لطفا پنج مسأله در رابطه با «نسبت و تناسب» بنویسید که معمولا در فعالیت تدریس و یا در سنجش تکوینی از آن‌ها استفاده می‌کنید.

جدول ۱. فراوانی نمونه آماری به تفکیک سه گروه مستقل شرکت‌کننده

گروه / منطقه آموزش و پرورش	دبستان	متوسطه‌اول	کل
منطقه ۱۳	۳۴	۷	۴۱
منطقه ۱۹	۱۳	۲۱	۳۴
منطقه ۳	۲۸	۹	۳۷
جمع معلمان حین‌خدمت	۷۵	۳۷	۱۱۲
	٪۴۱/۷	٪۲۰/۵	٪۶۲/۲
دانشجو معلمان	۲۷	۴۱	۶۸
کل	۱۰۲	۷۸	۱۸۰
	٪۵۷	٪۴۳	٪۱۰۰

یافته‌ها

بررسی نوع مسائل طراحی شده توسط مشارکت‌کنندگان در پژوهش

نخستین جنبه‌ی مورد بررسی، ماهیت مسائل طراحی شده، از نقطه نظر نوع «مقایسه عددی» یا «مقدار مجهول» بود. نتیجه به ترتیب در دو جدول ۲ و ۳ نمایش داده شده است. تعداد ۱۶۲ پاسخ‌برگ، معادل ۹۰ درصد تعداد کل پاسخ برگ‌ها، حاوی دست‌کم یکی از دو نوع مساله تناسبی «مقدار مجهول» یا «مقایسه‌ی عددی» بود. تعداد ۱۸ پاسخ‌برگ، مشمول یکی از سه حالت تحویل پاسخ‌برگ سفید، عدم حضور مشارکت‌کننده در جلسه آزمون دوم پژوهش و یا طرح مسائلی با سایر ماهیت‌ها، نظیر درخواست بازنمایی‌های پایه‌ای نسبت، بود. این تعداد معادل ۱۰ درصد کل پاسخ‌برگ‌ها بود، لازم به ذکر است که طرح مسائل با ماهیت «مقایسه و پیش‌بینی کیفی» و نیز طرح مسائل از نوع تناسب غیرمستقیم در هیچ یک از پاسخ‌برگ‌ها مشاهده نشد.

جدول ۲. فراوانی تعداد مسائل تناسبی نوع «مقایسه عددی» در بین پنج مسأله طرح شده از سوی مشارکت‌کنندگان

گروه		تعداد مساله						فقدان پاسخ‌برگ	کل
		۰	۱	۲	۳	۴	۵		
معلمان دبستان	تعداد	۴۳	۱۴	۷	۲	۱	۱	۷	۷۵
	درصد	۵۷/۳	۱۸/۷	۹/۳	۲/۷	۱/۳	۱/۳	۹/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه اول	تعداد	۲۱	۸	۱	۴	۱	۱	۱	۳۷
	درصد	۵۶/۷	۲۱/۶	۲/۷	۱۰/۸	۲/۷	۲/۷	۲/۷	۱۰۰
دانشجو معلمان	تعداد	۳۷	۱۳	۵	۲	۰	۱	۱۰	۶۸
	درصد	۵۴/۴	۱۹/۱	۷/۳	۲/۹	۰	۱/۵	۱۴/۷	۱۰۰

جدول ۲. فراوانی تعداد مسائل تناسبی نوع «مقایسه عددی» در بین پنج مسأله طرح شده از سوی مشارکت‌کنندگان

گروه		تعداد مساله						کل
		۰	۱	۲	۳	۴	۵	فقدان پاسخ‌برگ	
کل	تعداد	۱۰۱	۳۵	۱۳	۸	۲	۳	۱۸	۱۸۰
	درصد	۵۶/۱	۱۹/۴	۷/۲	۴/۴	۱/۱	۱/۶	۱۰	۱۰۰

مبتنی بر نتایجی که در جدول ۲ ارائه شده است، در بین پنج مسأله طرح شده از سوی ۵۷/۳ درصد معلمان دبستان، هیچ موردی از مسائل نوع «مقایسه عددی» مشاهده نشد. ۱۸/۷درصد معلمان دبستان از بین پنج فرصت طرح مسأله، یک مورد را به نوع «مقایسه عددی» اختصاص دادند. ۹/۳ درصد معلمان این مقطع، دو مسأله از نوع «مقایسه عددی» و کمتر از ۳ درصد معلمان این مقطع، سه مسأله تناسبی از این نوع را طرح کردند. ۵۶/۷ درصد معلمان متوسطه‌اول نیز مسائل از نوع «مقایسه عددی» طرح نکردند. عملکرد دانشجو معلمان هر دو مقطع، در طرح این نوع مسائل، مشابهت بسیاری با عملکرد معلمان مقطع ابتدایی داشت. ۵۴/۴ درصد دانشجویان مساله نوع «مقایسه عددی» طرح نکردند و ۱۹/۱ درصد دانشجویان صرفا یک مساله از این نوع طرح کردند. ۱۹/۴ درصد کل مشارکت‌کنندگان یک فرصت از بین پنج فرصت را به طرح این نوع مساله تناسبی اختصاص دادند و ۵۶/۱ درصد کل مشارکت‌کنندگان، مساله تناسبی نوع «مقایسه عددی» طرح نکردند.

جدول ۳. فراوانی تعداد مسائل تناسبی نوع «مقدار مجهول» در بین پنج مسأله‌ی طرح شده از سوی مشارکت‌کنندگان

گروه		تعداد مساله						کل
		۰	۱	۲	۳	۴	۵	فقدان پاسخ‌برگ	
معلمان دبستان	تعداد	۱	۱	۲	۷	۱۴	۴۳	۷	۷۵
	درصد	۱/۳	۱/۳	۲/۶	۹/۴	۱۸/۶	۵۷/۳	۹/۴	۱۰۰
معلمان متوسطه اول	تعداد	۱	۲	۴	۱	۷	۲۱	۱	۳۷
	درصد	۲/۷	۵/۴	۱۰/۸	۲/۷	۱۸/۹	۵۶/۷	۲/۷	۱۰۰
دانشجو معلمان	تعداد	۱	۱	۲	۷	۱۳	۳۴	۱۰	۶۸
	درصد	۱/۵	۱/۵	۲/۹	۱۰/۳	۱۹/۱	۵۰	۱۴/۷	۱۰۰
کل	تعداد	۳	۴	۸	۱۵	۳۴	۹۸	۱۸	۱۸۰
	درصد	۱/۷	۲/۲	۴/۴	۸/۳	۱۸/۹	۵۴/۴	۱۰	۱۰۰

اطلاعات مندرج در جدول شماره ۳ تعداد مسائل تناسبی طرح شده از نوع «مقدار مجهول» را در بین سه گروه مشارکت‌کننده نشان می‌دهد. ۵۷/۳ درصد معلمان دبستان هر پنج فرصت طرح مساله و ۱۸/۶درصد آنها چهار فرصت از بین پنج فرصت را صرف طرح مسأله کلامی نوع «مقدار مجهول» کردند. ۵۶/۷ درصد معلمان متوسطه‌اول، هر ۵ فرصت و ۱۸/۹ درصد، چهار انتخاب خود را صرف طرح مسائل نوع «مقدار مجهول» کردند. این آمار در خصوص دانشجومعلمان به ترتیب ۵۰ و ۱۹/۱ درصد بود.

ادامه‌ی بررسی رفتار سه گروه شرکت‌کننده، در خصوص مقایسه رفتار گروه‌ها نتایج آزمون ناپارامتری کروسکال والیس نشان داد بین میانگین تعداد مسائل طراحی شده از هر یک از دو نوع مسأله فوق، در بین سه گروه مشارکت‌کننده، تفاوتی معنادار مشاهده نشد. در احتساب میانگین، طبق نتایج آزمون من ویتنی، میانگین تعداد مسائل طرح شده نوع «مقدار مجهول» در بین اعضای هر یک از سه گروه (با اختلاف معنادار) بیشتر از تعداد مسائل نوع «مقایسه عددی» بود (p<۰/۰۰۱).

جدول ٤. میانگین تعداد مسائل نوع «مقایسه عددی» و «مقدار مجهول» طرح شده توسط اعضای گروه‌ها

نوع مساله	معلمان دبستان mean±sd	معلمان متوسطه اول mean±sd	دانشجو معلمان mean±sd	P-value*
مقایسه عددی	۰/۸۵±۱/۳۶	۰/۹۲±۱/۳۶	۰/۵۹±۰/۹۹	P=۰/۵۹۹
مقدار مجهول	۴/۱۴±۱/۳۹	۳/۹۴±۱/۵۰	۴/۲۸±۱/۱۰	P=۰/۸۵۷
P-value**	P<۰/۰۰۱	P<۰/۰۰۱	P<۰/۰۰۱	

نتایج نشان داد میانگین تعداد مسائل طرح شده نوع «مقایسه عددی» در بین اعضای هر یک از سه گروه، کمتر از یک مسأله بود. برای مسائل نوع «مقدار مجهول» این میانگین در گروه معلمان دبستان و دانشجو معلمان، چهار مسأله و در گروه معلمان متوسطه اول، سه مسأله بود (جدول ۴).

بررسی ساختار عددی در مسائل طراحی شده توسط مشارکت‌کنندگان در پژوهش

دومین متغیر تکلیف بررسی شده، ماهیت «ساختار عددی» در پنج مسأله طراحی شده توسط هر یک از اعضای سه گروه شرکت‌کننده بود. لازم به ذکر است تعداد ۱۶ پاسخ‌برگ، معادل ۸/۹ درصد تعداد کل پاسخ برگ‌ها، مشمول یکی از دو حالت تحویل پاسخ‌برگ سفید و یا عدم حضور فرد مشارکت‌کننده در جلسه این آزمون (آزمون دوم) پژوهش بود. فراوانی مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب درون‌نسبتی صحیح» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵. فراوانی تعداد مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب درون‌نسبتی صحیح» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله			فقدان پاسخ‌برگ	کل
		۰	۱	۲		
معلمان دبستان	تعداد	۷۰	۴	۰	۱	۷۵
	درصد	۹۳/۳	۵/۳	۰	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه‌اول	تعداد	۲۹	۵	۱	۲	۳۷
	درصد	۷۸/۴	۱۳/۵	۲/۷	۵/۴	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۴۱	۱۳	۱	۱۳	۶۸
	درصد	۶۰/۳	۱۹/۱	۱/۵	۱۹/۱	۱۰۰
کل	تعداد	۱۴۰	۲۲	۲	۱۶	۱۸۰
	درصد	۷۷/۸	۱۲/۲	۱/۱	۸/۹	۱۰۰

مبتنی بر یافته‌های مندرج در جدول ۵، هیچ یک از ۵ مسأله‌ای که ۹۳/۳ درصد گروه معلمان دبستان، ۷۸/۴ درصد معلمان متوسطه اول و ۶۰/۳ درصد دانشجومعلمان طرح کرده بودند، دارای ساختار عددی نوع «مضارب درون‌نسبتی صحیح» نبود. به بیانی دیگر، ۷۷/۸ درصد مشارکت‌کنندگان، مضارب درون‌نسبتی صحیح را در هیچ یک از پنج فرصت طرح مسأله تناسب به‌کار نگرفتند.

فراوانی مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب بین‌نسبتی صحیح» به تفکیک گروه‌ها، در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ٦. فراوانی تعداد مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب بین‌نسبتی صحیح» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله						فقدان پاسخ‌برگ	کل
		۰	۱	۲	۳	۴	۵		
معلمان دبستان	تعداد	۳	۱۵	۲۱	۱۸	۱۱	۶	۱	۷۵
	درصد	۴	۲۰	۲۸	۲۴	۱۴/۷	۸	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه‌اول	تعداد	۸	۷	۶	۷	۷	۰	۲	۳۷
	درصد	۲۱/۷	۱۸/۹	۱۶/۲	۱۸/۹	۱۸/۹	۰	۵/۴	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۲۸	۱۸	۶	۲	۱	۰	۱۳	۶۸
	درصد	۴۱/۲	۲۶/۵	۸/۸	۲/۹	۱/۵	۰	۱۹/۱	۱۰۰
کل	تعداد	۳۹	۴۰	۳۳	۲۷	۱۹	۶	۱۶	۱۸۰
	درصد	۲۱/۷	۲۲/۲	۱۸/۳	۱۵	۱۰/۶	۳/۳	۸/۹	۱۰۰

نتایج مندرج در جدول ۶ نشان می‌دهد معلمان دبستان، به استفاده از «مضارب بین‌نسبتی صحیح» تمایل بیشتری داشتند. ۴۶/۷ درصد این معلمان، دست کم در طرح سه مسأله از این نوع ساختار عددی استفاده کردند. ۲۱/۷ درصد معلمان متوسطه‌اول و ۴۱/۲ درصد دانشجومعلمان ساختار عددی نوع «مضارب بین‌نسبتی صحیح» را در هیچ یک از پنج طرح مساله خود به‌کار نبردند و ۲۶/۵ درصد دانشجومعلمان یک مساله با ساختار عددی مذکور طرح کردند. ۱۸/۹ درصد معلمان متوسطه اول در سه مسأله و نیز ۱۸/۹ درصد در چهار مساله این نوع ساختار مضارب را به‌کار گرفتند. استفاده معلمان متوسطه اول از این ساختار بیش از دانشجومعلمان بود.

فراوانی مسائل طرح شده از سوی مشارکت‌کنندگان با ساختار عددی نوع «مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح» در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷. فراوانی تعداد مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله					فقدان پاسخ‌برگ	کل
		۰	۱	۲	۳	۴		
معلمان دبستان	تعداد	۱۷	۲۶	۱۶	۱۰	۵	۱	۷۵
	درصد	۲۲/۷	۳۴/۷	۲۱/۳	۱۳/۳	۶/۷	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه‌اول	تعداد	۱۹	۹	۷	۰	۰	۲	۳۷
	درصد	۵۱/۴	۲۴/۳	۱۸/۹	۰	۰	۵/۴	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۱۴	۲۱	۱۲	۵	۳	۱۳	۶۸
	درصد	۲۰/۶	۳۰/۹	۱۷/۶	۷/۴	۴/۴	۱۹/۱	۱۰۰
کل	تعداد	۵۰	۵۶	۳۵	۱۵	۸	۱۶	۱۸۰
	درصد	۲۷/۸	۳۱/۱	۱۹/۴	۸/۳	۴/۴	۸/۹	۱۰۰

مبتنی بر نتایج مندرج در جدول ۷، در استفاده از ساختار عددی نوع «مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح»، رفتار طرح مساله دانشجومعلمان و معلمان دبستان مشابه هم بود؛ ۵۶ درصد معلمان دبستان و ۴۸/۵ درصد دانشجویان یک تا دو مسأله با این ساختار عددی طرح کردند. ۲۰ درصد معلمان دبستان و ۱۱/۸ درصد دانشجویان ساختار عددی مذکور را در سه تا چهار فرصت طرح مساله خود به‌کار گرفتند. نیمی از معلمان متوسطه‌اول این ساختار عددی را استفاده نکردند.

فراوانی مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب درون و بین‌نسبتی غیرصحیح»، به تفکیک سه گروه، در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸ فراوانی مسائل طرح شده با ساختار عددی نوع «مضارب درون و بین‌نسبتی غیرصحیح» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله					فقدان پاسخ‌برگ	کل
		۰	۱	۲	۳	۴		
معلمان دبستان	تعداد	۶۱	۱۰	۳	۰	۰	۱	۷۵
	درصد	۸۱/۳	۱۳/۳	۴	۰	۰	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه‌اول	تعداد	۱۹	۸	۸	۰	۰	۲	۳۷
	درصد	۵۱/۴	۲۱/۶	۲۱/۶	۰	۰	۵/۴	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۲۹	۱۵	۸	۲	۱	۱۳	۶۸
	درصد	۴۲/۶	۲۲/۱	۱۱/۸	۲/۹	۱/۵	۱۹/۱	۱۰۰
کل	تعداد	۱۰۹	۳۳	۱۹	۲	۱	۱۶	۱۸۰
	درصد	۶۰/۶	۱۸/۳	۱۰/۶	۱/۱	/۶	۸/۹	۱۰۰

اطلاعات مندرج در جدول ۸ نشان می‌دهد که ۸۱/۳ درصد معلمان دبستان، ۵۱/۴ درصد معلمان متوسطه‌اول و ۴۲/۶ درصد دانشجومعلمان در هیچ یک از مسائل طرح شده، ساختار عددی نوع مذکور را به‌کار نگرفتند. این آمار ۶۰/۶ درصد مشارکت‌کنندگان را شامل بود. از طرفی ۱۳/۳درصد معلمان دبستان، ۲۱/۶ درصد معلمان متوسطه‌اول و ۲۲/۱ درصد دانشجومعلمان یک مسأله با این نوع ساختار عددی طرح کردند.

در ادامه بررسی رفتار گروه‌های شرکت‌کننده در خصوص انتخاب ساختار عددی مساله، فرض نرمال بودن تعداد مسائل طرح شده از هر یک از ساختارهای عددی، به تفکیک گروه‌ها، به جز در بخش به‌کارگیری ساختار عددی«مضارب بین‌نسبتی صحیح» توسط معلمان رد شد. از این‌رو مقایسه میانگین تعداد مسائل طرح شده از سوی گروه‌ها، با آزمون ناپارامتری کروسکال والیس انجام شد. میانگین تعداد مسائل طرح شده از چهار ساختار برای هر سه گروه مشارکت‌کننده، اختلاف معنادار آماری داشت؛ در احتساب میانگین بین اعضای هر گروه، به ترتیب معلمان دبستان و متوسطه‌اول بیشترین میزان استفاده از ساختار عددی «مضارب بین‌نسبتی صحیح» را داشتند. در بین اعضای گروه دانشجومعلمان، به‌طور میانگین، ساختار عددی «مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح» بیشتر مورد استفاده قرار گرفت. در استفاده معلمان متوسطه‌اول از این ساختار، احتساب میانگین تعداد مسائل طرح شده، برای هر عضو، کمتر از یک مسأله و برای سایر مشارکت‌کنندگان بین یک تا دو مسأله بود (جدول۹).

جدول ۹. میانگین تعداد مسائل طرح شده از هر یک از چهار نوع ساختار عددی توسط اعضای گروه‌ها

گروه	ساختار عددی				P-value*
	W.I mean±sd	B.I mean±sd	non W&B.I mean±sd	W&B.I mean±sd	
معلمان دبستان	۰/۰۵±۰/۲۲۸	۲/۵۰±۱/۳۰۶	۰/۲۲±۰/۵۰۴	۱/۴۶±۱/۱۸۴	P<۰/۰۰۱
معلمان متوسطه‌اول	۰/۲۰±۰/۴۷۳	۱/۹۴±۱/۴۷۴	۰/۶۹±۰/۸۳۲	۰/۶۶±۰/۸۰۲	P<۰/۰۰۱
دانشجو معلمان	۰/۲۷±۰/۴۸۹	۰/۷۳±۰/۹۳۲	۰/۷۵±۰/۹۶۶	۱/۳۱±۱/۱۲۰	P<۰/۰۰۱

Note. W.I: Within-ratio integer relation. B.I: Between-ratio integer relation. W& B.I: Within and between-ratio integer multiplicative relation.

بررسی گونه‌های معنایی در مسائل (کلامی) طراحی شده توسط مشارکت‌کنندگان در پژوهش

سومین جنبه‌ی مورد مطالعه، بررسی گونه‌های معنایی در مورد مسائل کلامی طرح شده توسط اعضای سه گروه مشارکت‌کننده در پژوهش بود. لازم به ذکر است ۱۶۳ پاسخ‌برگ آزمون (معادل ۹۰/۶ درصد تعداد کل) شامل دست‌کم یک مساله کلامی از یکی از چهارگونه معنایی معرفی شده بود. به این ترتیب تعداد هفده پاسخ‌برگ (معادل ۹/۴ درصد) مشمول یکی از سه حالت تحویل پاسخ‌برگ سفید، عدم حضور مشارکت‌کننده در این آزمون از پژوهش و یا طرح مسائل تناسبی غیرکلامی بود که تحت عنوان موراد خاص دسته‌بندی شد.

فراوانی مسائل طرح شده از گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده، در جدول ۱۰ ارائه شده است.

جدول ۱۰. فراوانی تعداد مسائل کلامی طرح شده از گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» به تفکیک سه گروه

گروه		تعداد مساله						موارد خاص	کل
		۰	۱	۲	۳	۴	۵		
معلمان دوره ابتدایی	تعداد	۱۴	۱۷	۱۷	۲۲	۳	۱	۱	۷۵
	درصد	۱۸/۷	۲۲/۷	۲۲/۷	۲۹/۳	۴	۱/۳	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه اول	تعداد	۶	۹	۱۰	۷	۱	۰	۴	۳۷
	درصد	۱۶/۲	۲۴/۳	۲۷	۱۸/۹	۲/۷	۰	۱۰/۸	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۱۲	۱۵	۱۸	۸	۱	۲	۱۲	۶۸
	درصد	۱۷/۶	۲۲/۱	۲۶/۵	۱۱/۸	۱/۵	۲/۹	۱۷/۶	۱۰۰
کل	تعداد	۳۲	۴۱	۴۵	۳۷	۵	۳	۱۷	۱۸۰
	درصد	۱۷/۸	۲۲/۸	۲۵	۲۰/۶	۲/۸	۱/۷	۴/۹	۱۰۰

نتایج مندرج در جدول شماره ۱۰ نشان می‌دهد ۱۸/۷درصد معلمان دبستان از گونه معنایی«مجموعه‌های مرتبط» استفاده نکردند. درصد مشابهی از معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان نیز چنین عملکردی داشتند. ۲۲/۷ درصد معلمان دبستان و درصد مشابهی از معلمان متوسطه‌اول و دانشجومعلمان نیز به‌طور دقیق، یک فرصت را به طرح مساله از این گونه معنایی اختصاص دادند. ۵۲ درصد معلمان دبستان، ۴۵/۹ درصد معلمان متوسطه‌اول و ۳۸/۳ درصد دانشجومعلمان، تعداد دو تا سه مسأله (دست کم دو مساله) از گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» طرح کردند.

فراوانی مسائل طرح شده با زمینه معنایی «جزءجزءکل» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده، در جدول ۱۱ ارائه شده است.

جدول ۱۱. فراوانی تعداد مسائل کلامی طرح شده از گونه معنایی «جزءجزءکل» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله					موراد خاص	کل
		۰	۱	۲	۳	۴		
معلمان دبستان	تعداد	۱۰	۱۶	۲۷	۱۵	۶	۱	۷۵
	درصد	۱۳/۳	۲۱/۳	۳۶	۲۰	۸	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه‌اول	تعداد	۹	۵	۱۰	۸	۱	۴	۳۷
	درصد	۲۴/۳	۱۳/۵	۲۷	۲۱/۶	۲/۷	۱۰/۸	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۲۷	۱۵	۱۰	۳	۱	۱۲	۶۸
	درصد	۳۹/۷	۲۲/۱	۱۴/۷	۴/۴	۱/۵	۱۷/۶	۱۰۰
کل	تعداد	۴۶	۳۶	۴۷	۲۶	۸	۱۷	۱۸۰
	درصد	۲۵/۶	۲۰	۲۶/۱	۱۴/۴	۴/۴	۹/۴	۱۰۰

مبتنی بر نتایج مندرج در جدول ۱۱، یک چهارم مشارکت‌کنندگان از فرصت طرح مسائل تناسبی با زمینه گونه معنایی «جزءجزءکل» استفاده نکردند. در بین سه گروه شرکت‌کننده، دانشجومعلمان استفاده کمتری از این زمینه معنایی داشتند؛ به‌طوری که ۳۹/۷ درصد آنان این گونه معنایی را به‌کار نگرفتند و ۲۲/۱ درصد آن‌ها به‌طور دقیق، یک مسأله تناسب از این نوع گونه معنایی طرح کردند.

فراوانی مسائل کلامی طرح شده از گونه معنایی «اندازه‌های خوب قطعه‌بندی شده» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده، در جدول ۱۲ ارائه شده است.

جدول ۱۲. فراوانی تعداد مسائل کلامی طرح شده از گونه معنایی «اندازه‌های خوب قطعه‌بندی شده» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله					موارد خاص	کل
		۰	۱	۲	۳	۴		
معلمان دبستان	تعداد	۴۳	۱۹	۹	۱	۲	۱	۷۵
	درصد	۵۷/۳	۲۵/۳	۱۲	۱/۳	۲/۷	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه اول	تعداد	۲۲	۷	۳	۱	۰	۴	۳۷
	درصد	۵۹/۵	۱۸/۹	۸/۱	۲/۷	۰	۱۰/۸	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۲۹	۱۷	۷	۳	۰	۱۲	۶۸
	درصد	۴۲/۶	۲۵	۱۰/۳	۴/۴		۱۷/۶	۱۰۰
کل	تعداد	۹۴	۴۳	۱۹	۵	۲	۱۷	۱۸۰
	درصد	۵۲/۲	۲۳/۹	۱۰/۶	۲/۸	۱/۱	۹/۴	۱۰۰

مبتنی بر یافته‌های مندرج در جدول ۱۲، بیش از نیمی از مشارکت‌کنندگان، شامل۵۷/۳ درصد معلمان دبستان، ۵۹/۵ درصد معلمان متوسطه‌اول و ۴۲/۶ درصد دانشجومعلمان، در پنج فرصتی که در اختیار داشتند، مساله‌ای با زمینه معنایی«اندازه‌های خوب قطعه‌بندی شده» طرح نکردند. از سوی دیگر، ۲۳/۹ درصد مشارکت‌کنندگان، به طور دقیق، یک مساله با زمینه معنایی مذکور طرح کردند.

فراوانی مسائل کلامی طرح شده با زمینه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده، در جدول ۱۳ ارائه شده است.

جدول ۱۳. فراوانی تعداد مسائل کلامی طرح شده از گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» به تفکیک سه گروه شرکت‌کننده

گروه		تعداد مساله		موارد خاص	کل
		۰	۱		
معلمان دبستان	تعداد	۷۴	۰	۱	۷۵
	درصد	۹۸/۷	۰	۱/۳	۱۰۰
معلمان متوسطه اول	تعداد	۳۳	۰	۴	۳۷
	درصد	۸۹/۲	۰	۱۰/۸	۱۰۰
دانشجومعلمان	تعداد	۵۵	۱	۱۲	۶۸
	درصد	۸۰/۹	۱/۵	۱۷/۶	۱۰۰
کل	تعداد	۱۶۲	۱	۱۷	۱۸۰
	درصد	۹۰	۶	۹/۴	۱۰۰

بر اساس نتایج مندرج در جدول ۱۳، در پنج فرصت ارائه شده برای طرح مسأله تناسب، گروه معلمان دبستان و ریاضی متوسطه اول، گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» را به‌کار نگرفتند. از بین کلیه مشارکت‌کنندگان در پژوهش، تنها یک دانشجومعلم این گونه معنایی را در طرح یک مسأله به‌کار برد.

در ادامه بررسی رفتار گروه‌های شرکت‌کننده، فرض نرمال بودن تعداد مسائل طرح شده از هر یک از گونه‌ها به جز گونه اول و دوم در گروه معلمان و گونه اول در گروه دانشجو معلمان رد شد. از این‌رو، در مقایسه میانگین تعداد مسائل طراحی شده از سوی گروه‌ها از آزمون ناپارامتری کروسکال والیس استفاده شد.

در احتساب میانگین استفاده از گونه‌های معنایی بین اعضای گروه‌ها، هر یک از معلمان دو مقطع از هر یک از دو گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» و «جزءجزءکل»، قریب به دو مساله طرح کردند. در گروه دانشجومعلمان به‌طور میانگین، یک تا دو مساله توسط هر دانشجومعلم از گونه معنایی مجموعه های مرتبط طرح شد. میانگین استفاده از سایر گونه‌ها برای هر عضو، در هر سه گروه، کمتر از یک مسأله بود (جدول۱۴).

جدول ١٤. میانگین تعداد مسائل طرح شده از هر یک از چهار گونه معنایی توسط اعضای گروه‌ها

گروه	گونه معنایی				P-value*
	مجموعه‌های مرتبط mean±sd	جزءجزءکل mean±sd	اندازه‌های قطعه‌بندی شده mean±sd	انبساط و انقباض‌ها mean±sd	
معلمان دبستان	۱/۸۱±۱/۲۴۶	۱/۸۸±۱/۱۳۴	۰/۶۵±۰/۹۴۳	۰±۰/۰۰	P<۰/۰۰۱
متوسطه اول	۱/۶۴±۱/۱۱۳	۱/۶۱±۱/۲۲۳	۰/۴۸±۰/۷۹۵	۰±۰/۰۰	P<۰/۰۰۱
دانشجو معلمان	۱/۵۹±۱/۲۳۳	۰/۸۶±۱/۰۱۷	۰/۷۱±۰/۸۸۹	۰/۰۲±۰/۱۳۴	P<۰/۰۰۱

بحث و نتیجه‌گیری

محققان در این پژوهش به بررسی مسائل رایج طرح شده از سوی معلمان و دانشجومعلمان در حوزه نسبت و تناسب پرداختند. این بررسی با درخواست از مشارکت‌کنندگان برای طرح مکتوب پنج مساله در حوزه نسبت و تناسب، مشابه هر آنچه در تدریس یا سنجش تکوینی، در پایه مقتضی، استفاده می‌کنند آغاز شد. تمرکز این بررسی بر سه مورد از متغیرهای تکلیف شامل نوع مساله، ساختار عددی و گونه معنایی اختیار شده در طرح این نوع مسائل از سوی مشارکت‌کنندگان بود. نتایج در خصوص متغیر تکلیف نوع مساله، نشان داد میانگین طرح مسائل تناسبی نوع «مقایسه عددی» بین افراد هر سه گروه شرکت‌کننده، کمتر از یک مورد در بین پنج مسأله بود؛ در پنج مساله طرح شده از سوی بیش از نیمی از مشارکت‌کنندگان هر یک از گروه‌ها، مسائل تناسبی نوع «مقایسه عددی» مشاهده نشد. بیش از نیمی از کل مشارکت‌کنندگان، هر پنج فرصت را صرف طرح مسائل نوع «مقدار مجهول» کردند و بیش از دو سوم افراد هر گروه، دست کم چهار طرح مساله از نوع «مقدار مجهول» داشتند. این حجم فراوان اختصاص اولویت به طرح مسائل نوع «مقدار مجهول» را نمی‌توان الزاما به معنای اهمیت این نوع مسأله‌ی تناسبی نزد مشارکت‌کنندگان تلقی کرد. در این بررسی، تشابه عملکرد دانشجو معلمان، با رفتار گروه معلمان حین‌خدمت؛ به خصوص معلمان دبستان، قابل توجه بود.

نتایج بررسی رویکرد مشارکت‌کنندگان در انتخاب «ساختار عددی» مسائل طرح شده نشان داد بیش از سه چهارم کل مشارکت‌کنندگان از جمله قریب به اتفاق معلمان دبستان، ساختار عددی «مضارب درون‌نسبتی صحیح» را در هیچ یک از پنج فرصت طرح مساله به‌کار نگرفتند. میانگین تعداد مسائل طرح شده با این ساختار، در بین اعضای هر سه گروه مشارکت‌کننده، کمتر از یک مسأله، در بین پنج فرصت بود. حفظ چنین رویه‌ای در تدریس، زمینه انتخاب رویکرد «ضرب درون‌نسبتی» از سوی دانش‌آموز و فرصت انجام استدلال تناسبی تابعی را کاهش می‌دهد. محل تمرین و تکرار بازنمایی کلامی استدلال تناسبی با رویکرد تابعی نیز کمتر می‌شود؛ این در حالی است که مطالبه بازنمایی‌های کلامی در مسائلی با این نوع ساختار عددی، کسب مهارت تفکر تناسبی را تسهیل می‌کند. استفاده از ساختار عددی «مضارب بین‌نسبتی صحیح» توسط معلمان دبستان بیش از «مضارب درون‌نسبتی صحیح» بود. به‌طور میانگین هر یک از معلمان دبستان بین دو تا سه مساله و معلمان متوسطه‌اول، یک تا دو مسأله با ساختار «مضارب بین‌نسبتی صحیح» طرح کردند. این ساختار، زمینه برای انتخاب رویکرد «ضرب بین‌نسبتی» توسط دانش‌آموز، فرصت انجام استدلال تناسبی عددی و بازنمایی‌های کلامی مرتبط را در حل مساله فراهم می‌سازد. در پنج فرصت ارائه شده برای طرح مساله، میانگین انتخاب این نوع ساختار عددی در بین دانشجومعلمان در کمتر از یک مساله بود.

نیمی از معلمان متوسطه‌اول از ساختار عددی «مضارب درون و بین‌نسبتی صحیح» استفاده نکردند. این نتیجه می‌تواند معلول پایین بودن سطح دشواری نوع مسائل باشد. از سوی دیگر، به‌رغم این‌که مسائل با مقادیر نسبت واحد (نرخ واحد) مشمول این دسته ساختار عددی می‌باشند، بیش از نیمی از معلمان دبستان و دانشجویان حداکثر در یک مساله از این ساختار عددی استفاده کردند. این در حالی است که در یک روند منطقی، تدریس حل مسائل تناسبی با ساختار عددی «نسبت (یا نرخ) واحد» آغاز می‌شود؛ نظیر مسائل بنیادین ضرب؛ (مثال: یک سیب ۱۲ تومان ارزش داشته باشد، هفت عدد سیب چند تومان ارزش دارد). نتایج نشان داد معلمان حین خدمت، به ویژه معلمان دبستان، استفاده کمتری از ساختار عددی «مضارب درون و بین‌نسبتی غیرصحیح» داشتند. تاخیر در استفاده از این ساختار، رفتاری مطلوب در جهت عدم اشاعه زودهنگام الگوریتم‌های تناسبی به شمار می‌آید و شایسته است مورد توجه دانشجومعلمان قرار گیرد. در ورود به حوزه نسبت و تناسب، در بهره‌گیری از نقش ساختار عددی در ارائه مسائل، رعایت ترتیب به‌کارگیری «نرخ واحد»، «مضارب صحیح درون‌نسبتی»، «مضارب صحیح درون و بین‌نسبتی»، «مضارب صحیح بین‌نسبتی» و «مضارب غیرصحیح درون و بین‌نسبتی» با هدف کسب مهارت و خبرگی در انجام استدلال تناسبی (تابعی و عددی) توسط دانش‌آموز و نیز در شرایط تاخیر توسعه تفکر تناسبی، اجتناب‌ناپذیر است.

نتایج بررسی رویکرد مشارکت‌کنندگان در خصوص متغیر تکلیف «گونه معنایی» نشان داد گروه معلمان در حال خدمت، شامل معلمان دبستان و متوسطه اول، دو گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» و «جزءجزءکل» را با اختلاف معنادار آماری بیش از سایر گونه‌ها به‌کار گرفتند؛ بیش از نیمی از معلمان دبستان دو تا سه مسأله از هر یک از این دو گونه را در طرح مسائل خود به کار بردند. میزان به‌کارگیری گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» در بین دانشجومعلمان مشابه عملکرد گروه معلمان بود. اما تعداد قابل توجهی از دانشجومعلمان گونه معنایی «جزءجزءکل» را در طرح مسائل خود به‌کار نگرفتند. در مقایسه با دو گونه معنایی پیشین، عدم تمایل به استفاده از گونه «اندازه‌های خوب قطعه‌بندی شده» از سوی هر سه گروه شرکت‌کننده قابل توجه بود؛ در بیش از نیمی از پاسخ‌برگ شرکت‌کنندگان نمونه مسائل این گونه معنایی مشاهده نشد. این در حالی است که ظرفیت بهره‌برداری از مسائل این گونه معنایی، در جریان فهم و کاربرد مفاهیمی چون تخفیف در پایه‌های آخر دبستان و سرعت، نرخ، شیب و شتاب در منابع درسی پایه‌های متوسطه اول فراهم است. تشابه رفتاری دانشجومعلمان با معلمان دو مقطع، در انتخاب اندک مسائل گونه معنایی مذکور قابل توجه بود. این موارد تشابه عملکرد دانشجومعلمان قابل تأمل و شایسته پژوهش است. ایده استفاده از مسائل گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» در هیچ یک از پاسخ‌برگ معلمان دو مقطع مشاهده نشد. دانشجومعلمان نیز رفتاری مشابه داشتند. جمع‌بندی رویکردها در خصوص چهار گونه معنایی نشان داد نزدیک به یک پنجم مشارکت‌کنندگان، گونه «مجموعه‌های مرتبط» را در هیچ یک از پنج مساله به‌کار نگرفتند. یک چهارم مشارکت‌کنندگان مسائل از گونه معنایی«جزءجزءکل» طرح نکردند. بیش از نیمی از پاسخ‌برگ‌ها مسائل از گونه «اندازه‌های خوب قطعه‌بندی شده» نداشت و جز تنها یک مورد، هیچ کدام از پاسخ‌برگ مشارکت‌کنندگان شامل مساله‌ای از گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» نبود.

جایگاه انواع مسائل تناسبی شامل مسائل تناسبی نوع «مقدار مجهول» و «مقایسه عددی» از نقطه نظر شناختی متفاوت است. از این‌رو بهره‌برداری از انواع آن یک ضرورت است. مدیریت مناسب ساختار عددی نیز می‌تواند فرصت تطبیق نگرش جمعی و نسبی را برای دانش‌آموز فراهم سازد و گذر از رویکرد جمعی به ضربی را تسهیل می‌کند. از سوی دیگر، استفاده از گونه‌های مختلف معنایی اهمیت توسعه کاربردی استدلال تناسبی نزد طراح مسائل را نشان می‌دهد. از این رو، ضروری است که برنامه‌های حمایت حرفه‌ای معلمان و آموزش به دانشجومعلمان، حساسیت و دقت‌نظر نسبت به بهره‌برداری از انواع مسائل تناسبی، تنوع ساختار عددی و گونه‌های معنایی را در تدریس ایجاد کند.

از جمله رفتارهای مشترک و قابل توجه سه گروه شرکت‌کننده، در پاسخ به درخواست آزمون، طرح نکردن مسائل تناسبی از نوع «مقایسه و پیش‌بینی کیفی»، مسائل تناسبی نوع غیرمستقیم و طرح معدود مسائل غیرکلامی بود؛ به گونه‌ای که به نظر می‌رسد استنباط مشارکت‌کنندگان از طرح مساله، طرح مسائل کلامی بود.

به رغم تلاش بر انتخاب تصادفی، به جهت علمی نمونه آماری در این پژوهش یک نمونه در دسترس محسوب می‌شود و هدف مولفین نیز از ارائه نتایج مطالعه، تعمیم آن نمی‌باشد. بررسی نوع بهره‌برداری معلمان و دانشجویان از دو متغیر تکلیف « ماهیت کمیّت» و «سبک بیان و ارائه مسأله» که اشاره به کیفیت استفاده از بازنمایی‌ها و دست‌ورزی دارد، پیشنهاد پژوهشی از سوی محققان این مطالعه است.

تقدیر و تشکر

بدین‌وسیله از معاونت آموزش نیروی انسانی اداره کل آموزش و پرورش تهران به جهت تعریف کد دوره توسعه حرفه‌ای درخواست شده، حمایت و همکاری مناطق ۱۳-۳-۱۹ آموزش و پرورش در تدوین و ابلاغ بخشنامه اجرای دوره و ارائه مکان اجرای دوره و نیز معاونت آموزشی دانشگاه فرهنگیان استان تهران و پردیس‌های شهید بهشتی، شرافت و نسیبه، اساتید، معلمان و دانشجویان محترم به جهت همکاری، صمیمانه سپاسگزاریم

References

Allain, A. (2000). Development of an instrument to measure proportional reasoning among fast-track middle school students.Unpublished master's thesis, North Carolina State University, Raleigh.

Artut, P. D., & Pelen, M. S. (2015). 6th grade students' solution strategies on proportional reasoning problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *197*(11), 113-119.

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education. pre-and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes*. Rotterdam, the Netherlands: Sense. https://www.researchgate.net/publication/268007155

Bjorg Steinthorsdottir, O. (2006). Proportional reasoning: variable influencing the problems difficulty level and one's use of problem solving strategies. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 5, pp. 169-176. Prague: PME.

Broekman, H. & van der Valk, T. (1999) The lesson preparation method: A way to investigate preservice teachers' pedagogical content knowledge, European *Journal of Teacher Education,* 21(2), 11-22.

Burgos, M., & Chaverri, J. (2024). Knowledge and Competencies of Prospective Teachers for the Creation of Proportionality Problems. *Journal of Acta Scientiae, 24(6), 270–306.*

https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7061

Confrey, J., Maloney, A., Nguyan, K., Mojica, G., & Myers, M. (2009). *Equipartition/splitting as a foundation of rational number reasoning using learning trajectories.* Paper presented at the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece.

Cramer, K., & Post, T. (1993). Connecting Research to Teaching Proportional Reasoning. *Journal of Mathematics Teacher, 86*(5), 404–407.

Fernández, C. Llinares, S. Van Dooren, W. De Bock, D. and Verschaffel, L. (2011) Effect of number structure and nature of quantities on secondary school students' proportional reasoning. *Journal of studia psychologica*. 53 (1). 69-81

https://www.studiapsychologica.com/uploads/FERNANDEZ_01_vol.53_2011_pp.69-81.pdf

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.* p. 178-209

https://doi.org/10.1007/0-306-47235-X_6

Howe, C., T. Nunes, and P. Bryant. (2011). Rational number and proportional reasoning: Using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(2), 391-417.

Glassmeyer, D., Brakoniecki, A, & Amador, J. M. (2021). Identifying and supporting teachers' robust understanding of proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior,* 62, 100873.

https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/j.jmathb.2021.100873

Glassmeyer, D., Brakoniecki, A, & Amador, J. M. (2023). Comparing Elementary and Secondary Teachers' Robust Understanding of Proportional Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education.* https://doi.org/10.1007/s10763-023-10437-z

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983b). Early adolescents' proportional reasoning on rate problems. *Journal of Educational Studies in Mathematics, 14*(3), 219–233. https://doi.org/10.1007/BF00410539

Kaput, J. West, M, M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics (235-287). Albany, NY: SUNY press.

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*(1), 41-61.

Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*, (pp. 89-121). New York Press.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essentiol content 83 and instructional strategies for teachers*. https://doi.org/10.4324/9781003008057

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 629-667). Reston, VA: NCTM

Lawton, C.A. (1993) Contextual factors affecting errors in proportional reasoning. *Journal for Research in*

Mathematics Education, 24, 5, pp. 460-466.

Lesh, R. Post, T., Behr, M. (1988). Proportional Reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) *Number Concepts and .Operations in the Middle Grades* (pp.93-118) Reston; VA: Lawrence Erlbaum.

Lin, D. Jia, H & Leung, F. K.SH. (2014). Relations between Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: A Study of Chinese Pre-Service Teachers on the Topic of Three-Term Ratio. *Journal of The Mathematics Educator, 15 (2), 50-76*

Misailidou, C. Williams, J. (2002). Ratio: raising teachers' awareness of children's thinking. the *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level), ICTM2, http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap143.pdf*

Mitsue, A. (2020). Elementary school teacher's problems in the process of pedagogical reasoning in proportion from the perspective of curriculum maker. *Hiroshima journal of mathematics education,* 13. 1-10

NCTM, (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2013). Teaching ratio and proportion in the Middle grades. Retrieved from https://www. nctm. org/Research-and-Advocacy/Research-Brief-and-Clips/Ratio-_-Proportion. https:// pdfs. semanticscholar. org/7587/385ec6bad6ece0d182d9217d23b7d0970d47. pdf.

Ohtani, M. (2007). Designing umit for teaching proportion based on cultural-historical activity theory: process of symbolizing through collective discourse. Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 33-40. Seoul: PME

Orrill, C. H., Izsák, A, Lobato, J., Cohen, A., Templin, J., de Araujo, Z., Bradshaw, L., Brown, R., Caglayan, G., Druken, B., Jacobson, E., Lee, S. Stanton, S. S., & Wang, A. (2010). Preliminary observations of teachers' multiplicative reasoning: Insights from Does it Work and Diagnosing teachers' multiplicative reasoning projects. Fairhaven, MA: Kaput Center for Design and Innovation in STEM Education & University of Massachusetts Dartmouth.

Orrill, C. H., & Millett, J. E. (2021). Teachers' abilities to make sense of variable parts reasoning. Mathematical Thinking and Learning, 23(3), 254–270

Ortiz, Martinez. (2015). Examining Students' Proportional Reasoning Strategy Levels as Evidence of the Impact of an Integrated LEGO Robotics and Mathematics Learning Experience. *Journal of Technology Education,* 26(2) 1-16. doi: 10.21061/jte.v26i2.a.3.

Parish, L. (2010). Facilitating the Development of Proportional Reasoning through Teaching Ratio. *Mathematics Education Research Group of Australasia,* 469-476.

Ruiz, E. F., & Lupiáñez Gómez, J. L. (2009). Detecting psychological obstacles to teaching and learning the topics of ratio and proportion in sixth grade primary pupils. *Electronic Journal of research in Educatinal Psychology,* 7(1) 396-424.

Ruiz Ledesma, E. F. (2011). Primary and secondary teachers' knowledge, interpretation, and approaches to students errors about ratio and proportion topics. *Creative Education,* 2(03), 264-269.

Ruiz Ledesma, E. F. R. (2013). Activities to learn the proportion concept using technology. Journal of International Review of Social Sciences and Humanities, 5(1), 175-184.

Rupley, W. H.: 1981, 'The effects of numerical characteristics on the difficulty of proportional problems', Doctoral dissertation, University of California, Berkeley.

Steinthorsdottir, O, B. (2006). *Proportional reasoning: variable influencing the problems difficulty level and one's use of problem solving strategies*. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 5, pp. 169-176. Prague: PME.

Silvestre, A. I., & da Ponte J. P. (2012). Missing value and comparison problems: What pupils know before the teaching of proportion. *PNA*, *6*(3), 73-83. HANDLE: http://hdl.handle.net/10481/19500.

Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*. *84*(1): 49-70.

Sowder, J., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., & Thompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education*,. ***1***, 127-155. https://doi.org/10.1023/A:1009980419975

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational studies in Mathematics*, *16*(2), 181-204.

Van Dooren, W .De Bock, D. Evers, M and Verschaffe, L. (2008). Students' Overuse of Proportionality on Missing-Value Problems:How Numbers May Change Solutions. *Journal for Research in Mathematics Education.* 40(2), 1–25

Van Dooren, W. De Bock, D. Vleugels, K. Verschaffel, L. (2010), Just Answering … or Thinking? Contrasting Pupils' Solutions and Classifications of Missing-Value Word Problems, *Mathematical Thinking and Learning*, 12:1, 20-35.

Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. Journal of Mathematics Teacher Education, 24(2),179–202.